



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000163 - Curvas Algebraicas

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Segundo semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	3
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	12
9. Otra información.....	13

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000163 - Curvas Algebraicas
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Optativa
Curso	Cuarto curso
Semestre	Octavo semestre
Período de impartición	Febrero-Junio
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Juan Viu Sos (Coordinador/a)		juan.viu.sos@upm.es	- -

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

2.2. Personal investigador en formación o similar

Nombre	Correo electrónico	Profesor responsable
Portilla Cuadrado, Pablo	p.portilla@upm.es	Viu Sos, Juan

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Ecuaciones Algebraicas
- Topología De Variedades
- Geometría Ii
- Geometría Diferencial
- Álgebra Y Geometría Computacional
- Estructuras Algebraicas
- Geometria Diferencial De Curvas Y Superficies

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matematicas no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA247 - Conocer la relación entre conceptos y métodos del Álgebra y la Geometría

RA248 - Caracterizar localmente elementos geométricos

RA249 - Calcular multiplicidades y multiplicidades de intersección

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

El objetivo de esta asignatura es el que el/la estudiante se inicie en la comprensión y manejo de la geometría algebraica mediante el estudio de curvas algebraicas planas.

El curso pretende ser "clásico" en sus inicios, presentando tanto los conceptos algebraicos necesarios para una primera parte de la asignatura, como a la introducción de conjuntos y variedades algebraicas y sus morfismos, primero en el caso afín, luego completado al caso proyectivo. No obstante, el grueso de la asignatura vendrá dada por el estudio particular de curvas planas y su geometría global y local, en particular en puntos singulares. De esta forma, se estudiarán los invariantes y conceptos básicos: componentes irreducibles, grado, multiplicidad, parametrizaciones...culminando con el Teorema de Bézout por un lado y con la parametrización de Newton-Puiseux y el concepto de rama local por el otro.

Finalmente, se abordará en un último tema las posibles ampliaciones naturales del temario. Este último bloque es de contenido flexible y adaptado a los intereses de los/as estudiantes y sus temas de Trabajo de Fin de Grado relacionado. Se considerará la posibilidad de proponer un seminario en el aula sobre un tema relacionado.

5.2. Temario de la asignatura

1. Complementos de Álgebra conmutativa
 - 1.1. Recordatorio: Anillos e ideales
 - 1.2. Anillos de polinomios
2. Conjuntos algebraicos y curvas afines
 - 2.1. Conjuntos algebraicos. Anillos de coordenadas y Teorema de los ceros de Hilbert
 - 2.2. Irreducibilidad y conexión
 - 2.3. Tangentes y singularidades
3. Curvas algebraicas planas
 - 3.1. Plano proyectivo y clausura proyectiva
 - 3.2. Curvas algebraicas y superficies de Riemann
 - 3.3. Estudio local y Teorema de Bézout
 - 3.4. Gérmenes de singularidades de curvas planas. Teorema de Newton-Puiseux
 - 3.5. Curvas polares y Hessianas
 - 3.6. Curvas duales y fórmulas de Plücker
 - 3.7. La fórmula de Riemann-Hurwitz
4. Complementos y aplicaciones
 - 4.1. Resolución de singularidades de curvas planas y aplicaciones
 - 4.2. Introducción a la Geometría algebraica y el Teorema de Riemann-Roch
 - 4.3. Curvas elípticas y aplicaciones en criptografía

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p>Presentación de la asignatura y Tema 1 Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p>Tema 2 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00</p>
3	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p>Tema 2 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00</p>

5	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00</p>
7	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p>Tema 3 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Primer examen parcial (EP) Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Primer examen parcial (EP) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00</p>

11	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p>Tema 4 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00</p>
13	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15	<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega y presentación de ejercicios y trabajos TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
16				
17				<p>Segundo examen parcial (EP) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p> <p>Examen global EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 02:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
2	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
4	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
6	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
8	Primer examen parcial (EP)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3

							CG3
10	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
12	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
15	Entrega y presentación de ejercicios y trabajos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	02:00	45%	0 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3
17	Segundo examen parcial (EP)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	4 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1 CE3 CG3

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CG1 CE4 CE5 CG2 CG4 CG5 CE2 CE1

La evaluación de la convocatoria extraordinaria consistirá en un único examen individual por escrito con una duración máxima de 4 horas que cubrirá la totalidad del temario.

Observaciones a la evaluación.

La entrega de ejercicios y su presentación se hará de forma regular y basado en ejercicios de las hojas de los temas. El método de puntuación de los ejercicios en aula permite faltar a alguna de las actividades sin perder la posibilidad de alcanzar la máxima nota.

Las duraciones indicadas para las actividades de evaluación son máximas orientativas.

Las fechas indicadas para los trabajos en aula y trabajos entregables son aproximadas y orientativas. Podrían variar en función del desarrollo del temario.

La calificación de "No presentado" en la convocatoria ordinaria se otorgará a quienes no hayan participado en ninguna de las actividades de evaluación (ni el sistema de evaluación progresiva, ni en el examen final global).

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Moodle de la asignatura	Recursos web	Contendrá material necesario para seguir las clases, tanto de teoría como de problemas
G. Fischer. Plane algebraic curves. American Mathematical Soc., 2001.	Bibliografía	Bibliografía principal del curso
W. Fulton. Curvas algebraicas: introducción a la geometría algebraica. Barcelona [etc.] : Reverté, 1971	Bibliografía	

Brieskorn, Egbert; Knörrer, Horst. Plane algebraic curves. Birkhäuser Verlag, Basel, 2012.	Bibliografía	
A. Chencier. Courbes Algébriques Planes. Springer, 2008.	Bibliografía	
J.S. Milne. Algebraic geometry	Bibliografía	https://www.jmilne.org/math/CourseNotes/AG.pdf
E. Arrondo. Apuntes de Geometría Algebraica	Bibliografía	https://www.ub.edu/grega/Marchesi/Allegati/notasgeoalg.pdf
J. S. Milne. Elliptic Curves. World Scientific Publishing, 2020.	Bibliografía	

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

La asignatura se fundamenta en el ODS 4: Educación de Calidad. En su desarrollo se tendrán en cuenta los ODS (Objetivos de desarrollo sostenible):

5: Igualdad de Género

17: Alianzas para lograr los objetivos.