



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000116 - Probabilidad

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Segundo semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	7
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	14
9. Otra información.....	15

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000116 - Probabilidad
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Obligatoria
Curso	Segundo curso
Semestre	Cuarto semestre
Período de impartición	Febrero-Junio
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Daniel Jeremy Fox Hornig (Coordinador/a)		daniel.fox@upm.es	Sin horario. El horario se indicará al principio del curso.

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- CÁlculo En Una Variable
- ProgramaciÓn
- Fundamentos De Matemáticas

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Destreza con cálculo diferencial e integral en varias variables.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CB2 - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CB5 - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas, buscar soluciones y resolver modelos matemáticos de sistemas reales.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CT6 - Identificar y utilizar las tecnologías de la información y las comunicaciones más adecuadas en el campo de las Matemáticas.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA117 - Producir un modelo matemático de un fenómeno real. Identificar todos los componentes de este. Evaluar la calidad del modelo e interpretar los resultados producidos.

RA73 - Asociar y aplicar el modelo probabilístico adecuado al problema propuesto

RA74 - Conocer las distribuciones aleatorias comunes

RA75 - Construir modelos probabilísticos básicos

RA12 - Aplicar las herramientas de combinatoria adecuadas para resolver problemas básicos de conteo.

RA119 - Reconocer y manejar el concepto medida

RA70 - Programar algoritmos sencillos de resolución de modelos matemáticos con las habilidades de programación adquiridas en la asignatura de programación.

RA71 - Plantear un modelo matemático a un problema aplicado sencillo.

RA118 - Utilizar el análisis de las series numéricas para resolver diversidad de problemas

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

Una introducción a la probabilidad matemática y su aplicación al análisis de modelos de fenómenos diversos.

5.2. Temario de la asignatura

1. Espacio de muestreo y probabilidad.
 - 1.1. Espacios de muestreo y sigma-álgebras.
 - 1.2. Espacios de probabilidad. Medidas de probabilidad.
 - 1.3. Probabilidad condicionada. Teorema de Bayes.
 - 1.4. Independencia.
 - 1.5. Ejemplos básicos. Interpretaciones.
 - 1.6. Aplicaciones y modelos.
2. Variables aleatorias.
 - 2.1. Variables aleatorias. Función de distribución de una variable aleatoria.
 - 2.2. Variables discretas y continuas. Función de masa/densidad de probabilidad.
 - 2.3. Esperanza y momentos, media, varianza.
 - 2.4. Función generatriz de momentos y función característica.
 - 2.5. Independencia de variables aleatorias. Correlación. Covarianza.
 - 2.6. Ejemplos de distribuciones unidimensionales: binomial, uniforme, Poisson, binomial negativa, hipergeométrica, exponencial, normal, Cauchy, beta, etc.
 - 2.7. Distribuciones multivariantes. Vectores aleatorios.
 - 2.8. Funciones de distribución conjuntas y funciones de masa/densidad conjuntas.
 - 2.9. Distribuciones marginales y condicionadas.
 - 2.10. Funciones de variables aleatorias. Sumas de variables aleatorias. Convolución.
 - 2.11. Ejemplos de distribuciones multidimensionales: multinomial, normal multivariante, etc.
 - 2.12. Aplicaciones.
 - 2.12.1. Caminata aleatoria simple.
 - 2.12.2. Simulación numérica de distribuciones de variables aleatorias.
 - 2.12.3. Otras distribuciones y sus interpretaciones en modelos.
3. Desigualdades y teoremas de límite.
 - 3.1. Función gamma. Aproximación de Stirling. Método de Laplace.
 - 3.2. Aproximación normal a la distribución binomial.

3.3. Desigualdades de Markov, Chebycheff y Chernoff.

3.3.1. Demostración del teorema de Weierstrass mediante polinomios de Bernstein.

3.3.2. Aplicación: integración de Monte Carlo

3.4. Ley débil de números grandes.

3.5. Convergencia en probabilidad

3.6. Desigualdad de Jensen y aplicaciones.

3.7. Convergencia en media.

3.8. Lemas de Borel-Cantelli.

3.9. Convergencia casi segura.

3.10. Ley fuerte de números grandes.

3.11. Convergencia en distribución.

3.12. Relaciones entre distintas nociones de convergencia.

3.13. Teorema central del límite y sus demostraciones mediante acoplamiento y funciones características.

3.14. Aplicaciones, p.e. cadenas de Markov.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Tema 1 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
2	Tema 1 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Ejercicios y prácticas OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva No presencial Duración: 04:00
3	Tema 2 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
4	Tema 2 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Ejercicios y prácticas OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva No presencial Duración: 04:00
5	Tema 2 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Ejercicios y prácticas OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva No presencial Duración: 04:00
6	Tema 2 Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas Realización de primera prueba parcial. Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación	Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Prueba parcial. EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00

7	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
8	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p>Ejercicios y prácticas OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva No presencial Duración: 04:00</p>
9	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
10	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p>Ejercicios y prácticas OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva No presencial Duración: 04:00</p>
11	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejemplos, problemas, modelos. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Ejercicios, simulaciones, prácticas en ordenador. Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
12	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Realización de primera prueba parcial. Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Prueba parcial (cumulativa). EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
13	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Trabajo en grupo: proyecto Duración: 02:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>		
14	<p>Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Trabajo en grupo: proyecto Duración: 02:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>		
15	<p>Presentación oral del trabajo final. Duración: 05:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Proyecto: entrega de la memoria y presentación oral. PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo Evaluación Progresiva Presencial Duración: 05:00</p>

16				
17				Examen escrito sobre todo el temario EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 03:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
2	Ejercicios y prácticas	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	04:00	4%	/ 10	CE4 CE8 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CE1 CE3
4	Ejercicios y prácticas	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	04:00	4%	/ 10	CE4 CE8 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CE1 CE3
5	Ejercicios y prácticas	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	04:00	4%	/ 10	CE4 CE8 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CE1 CE3

6	Prueba parcial.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	/ 10	CE5 CE7 CE3 CE4 CE2 CE1 CG3
8	Ejercicios y prácticas	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	04:00	4%	/ 10	CE4 CE8 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CE1 CE3
10	Ejercicios y prácticas	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	04:00	4%	/ 10	CE4 CE8 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CE1 CE3
12	Prueba parcial (cumulativa).	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	3 / 10	CE1 CE3 CE4 CE2 CE5 CE7
15	Proyecto: entrega de la memoria y presentación oral.	PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo	Presencial	05:00	30%	3 / 10	CE1 CE3 CE4 CE8 CB2 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CB3

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen escrito sobre todo el temario	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	/ 10	CE1 CE3 CE4 CE8 CB2 CB4 CG3 CE2 CE5 CE7 CB5 CT6 CB3

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen escrita sobre todo el temario.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	/ 10	CE1 CE3 CE4 CE8 CB2 CB4 CG3 CE2 CE5 CB5 CT6 CB3

7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva consistirá en:

- Entrega de ejercicios, resolución de problemas y/o prácticas en ordenador (20%).
- Dos pruebas parciales (cada una 25%) cada una de una duración máxima de 2 horas.
- Trabajo en grupo con entrega de memoria escrita y presentación oral de la misma (30%).

La nota de la evaluación progresiva será el promedio ponderado con las ponderaciones indicadas, excepto para poder aprobar la asignatura mediante la evaluación progresiva es necesario obtener al menos un 3 sobre 10 tanto en la segunda prueba parcial como en el trabajo final. En el caso de no obtener esas notas mínimas, la nota de la evaluación progresiva será el mínimo del promedio ponderado y 4,9.

En la convocatoria ordinaria se puede presentar a una prueba global, que será una prueba escrita de una duración máxima de 3 horas, que cubrirá todo el temario y que se realizará en el periodo de exámenes finales en la fecha indicada por la autoridad competente. En el caso de realizar el examen global, la calificación final será la máxima de la obtenida en la prueba global final y la obtenida en la evaluación progresiva.

La naturaleza y formato de los ejercicios y tareas que componen las entregas y prácticas variará según el tema. Pueden incluir:

- Resolución de ejercicios en papel o ordenador.
- Realización de prácticas, incluyendo simulaciones o programación en ordenador.
- Cuestionarios y controles breves.
- Otras tareas de una naturaleza parecida a las anteriores.

La evaluación de la convocatoria extraordinario consistirá en un único examen escrito de una duración máxima de 3 horas y que cubrirá todo el temario.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Geoffrey Grimmett y David Stirzaker. Probability and Random Processes. Oxford. 3a. ed. 2001	Bibliografía	Capítulos 1-5, 7. Es la referencia cuyo contenido y nivel más se asemejan al temario de la asignatura.
Dimitri Bertsekas y John N. Tsitsiklis. Introduction to Probability, 2a ed., Athena Scientific. 2008.	Bibliografía	Capítulos 1-5, 8-9. Una referencia didáctica y accesible.
Morris H. DeGroot. Probabilidad y Estadística. Addison-Wesley iberoamericana, 1988.	Bibliografía	Capítulos 1-6
Morris H. DeGroot y Mark J. Schervish. Probability and Statistics, 4th ed. Pearson. 2012.	Bibliografía	Capítulos 1-6.
Sheldon Ross. A first course in probability. Collier Macmillan Publishers, London, 1976	Bibliografía	
Henk Tijms. Probability: a lively introduction. Cambridge University Press, Cambridge, 2018.	Bibliografía	
David Williams. Weighing the odds: A course in probability and statistics. Cambridge University Press. 2001	Bibliografía	
Pierre Brèmaud. Probability Theory and Stochastic Processes. Springer. 2020.	Bibliografía	Libro más avanzado pero accesible para autoestudio.
Rick Durrett. Probability Theory and Examples. Cambridge University Press, 5. ^a ed. 2019	Bibliografía	Capítulos 1-3. Libro más avanzado.

William Feller. An Introduction to Probability Theory and its Applications. Vol I, II. John Wiley & Sons Inc. 1971.	Bibliografía	Un libro clásico lleno de ejemplos interesantes.
Jeffrey S. Rosenthal. A first look at rigorous probability. 2a. ed., World Scientific. 2006.	Bibliografía	
Persi Diaconis y Brian Skyrms. Ten Great Ideas About Chance. Princeton University Press. 2018	Bibliografía	Libro expositivo sobre diversos aspectos de la probabilidad.
Andrew Gelman, Jennifer Hill and Aki Vehtari. Regression and Other Stories. Cambridge University Press. 2021	Bibliografía	El appendice A contiene un tutorial de R.
Apuntes	Recursos web	Apuntes escrito por el profesor de la asignatura estarán disponibles en Moodle.

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

La herramienta informática con que se elabora esta guía obliga indicar en el cronograma una segregación estricta entre clases magistrales y clases de problemas. En la práctica se integrarán las dos modalidades. De la misma manera, aunque el temario está ordenado linealmente no significa que la interdependencia de los temas para tratar sea lineal ni que la organización de su presentación lo será.