



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000175 - Topología De Variedades

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	12
9. Otra información.....	14

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000175 - Topología de Variedades
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Optativa
Curso	Cuarto curso
Semestre	Séptimo semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Hector Barge Yañez (Coordinador/a)		h.barge@upm.es	Sin horario. Concertar por correo electrónico.

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo En Una Variable
- Análisis Vectorial
- Topología
- Cálculo En Varias Variables
- Geometría Diferencial De Curvas Y Superficies
- Estructuras Algebraicas

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así

como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas, buscar soluciones y resolver modelos matemáticos de sistemas reales.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA218 - Distinguir las nociones de inmersión y submersión.

RA219 - Calcular el grupo fundamental de espacios topológicos, haciendo uso del teorema de Seifert-Van Kampen.

RA216 - Manejar con soltura la noción de transversalidad en el contexto de las subvariedades euclídeas.

RA217 - Distinguir las nociones de variedad topológica y variedad diferenciable.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

La Topología es el área más reciente de la matemática fundamental. Uno de los objetos topológicos que mayor interés ha suscitado y sigue suscitando es el de variedad. Este concepto fue introducido por Riemann en el siglo XIX y refinado por Poincaré a principios del siglo XX. Una variedad es una generalización de los conceptos intuitivos de curva y superficie a dimensiones arbitrarias y su presencia es ubicua en diferentes ramas de las matemáticas, destacando la geometría diferencial, y la física teórica. Existen tres maneras de aproximarse al estudio de las variedades según las técnicas utilizadas ya sean, puramente topológicas, diferenciables o combinatorias. En dimensión menor o igual que 3 estas técnicas resultan simplemente tres enfoques diferentes de aproximarse a los mismos objetos. Sin embargo, los trabajos de Milnor y Kirby y Siebemann demostraron que en dimensiones superiores los tres enfoques dan lugar a objetos diferentes: variedades topológicas, variedades diferenciables o variedades lineales a pedazos. En este curso se estudiarán las variedades desde un punto de vista diferenciable.

5.2. Temario de la asignatura

1. Variedades topológicas.
 - 1.1. Definición y ejemplos.
 - 1.2. Clasificación de variedades de dimensión 1.
 - 1.3. Variedades con borde.
2. Repaso del grupo fundamental y clasificación de superficies compactas.
 - 2.1. Construcción del grupo fundamental.
 - 2.2. El grupo fundamental del círculo.
 - 2.3. El Teorema de Seifert-van Kampen.
 - 2.4. El grupo fundamental de una variedad.
 - 2.5. Clasificación de superficies compactas.
 - 2.6. Clasificación de superficies con borde compactas.

3. Variedades diferenciables.

3.1. Definición y ejemplos.

3.2. Variedades diferenciables con borde.

3.3. Funciones diferenciables y difeomorfismos.

3.4. Inmersiones, submersiones y embebimientos.

3.5. Subvariedades inmersas y embebidas.

4. Transversalidad.

4.1. El Teorema de Sard.

4.2. Los teoremas de embebimiento e inmersión de Whitney.

5. Teoría de la intersección.

5.1. El grado de Brouwer.

5.2. El Teorema de Poincaré-Hopf.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p>Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p>Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p>Tema 1: Práctica Clasificación de Superficies Duración: 04:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> <p>Tema 1 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega de ejercicios Tema 1 Duración: 00:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			
5	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

6	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
7	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega de ejercicios Tema 2 Duración: 00:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega de ejercicios Temas 1 y 2 TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p> <p>Entrega Práctica Clasificación de superficies TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>
9	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Entrega ejercicios Tema 3 Duración: 00:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega de ejercicios Tema 3 TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>

13	<p>Tema 5 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 5 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p>Presentaciones orales Duración: 05:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Presentaciones orales proyectos PIT: Técnica del tipo Presentación Individual en Teoría Evaluación Progresiva Presencial Duración: 05:00</p> <p>Entrega proyecto TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>
15	<p>Tema 5 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Entrega de ejercicios Tems 4 y 5 Duración: 00:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Entrega de ejercicios Tems 4 y 5 TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>
16				
17				<p>Examen final EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 02:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Entrega de ejercicios Temas 1 y 2	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	00:00	10%	0 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2
8	Entrega Práctica Clasificación de superficies	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	00:00	40%	0 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2
12	Entrega de ejercicios Tema 3	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	00:00	10%	0 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2

14	Presentaciones orales proyectos	PIT: Técnica del tipo Presentación Individual en Teoría	Presencial	05:00	10%	0 / 10	
14	Entrega proyecto	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	00:00	20%	0 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2
15	Entrega de ejercicios Temas 4 y 5	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	00:00	10%	0 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE4 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen convocatoria extraordinaria	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CE4 CE5 CG3 CE1 CE3 CE7 CE8 CG4 CG1 CG2 CG5 CE2

7.2. Criterios de evaluación

Evaluación progresiva

La evaluación progresiva consiste en la entrega de ejercicios de cada uno de los temas de la asignatura por parte de los estudiantes, la realización de una práctica de ordenador y en la elaboración y exposición de un proyecto sobre un tema a escoger por el alumno de una serie de temas propuestos por el profesor. Se realizarán 3 entregas de ejercicios, programadas en las semanas 8, 12 y 15. Cada entrega tendrá un peso de un 10% en la calificación final. La práctica se entregará en la semana 8 y tendrá un peso del 40% en la calificación final. La entrega del proyecto y su exposición oral se llevarán a cabo en la semana 14 y tendrán un peso de un 20% y de un 10% respectivamente en la calificación final.

Para superar la asignatura por evaluación progresiva, el estudiante deberá haber realizado las 3 entregas de ejercicios, la entrega del proyecto así como la exposición oral del mismo y obtener una puntuación de al menos 5 puntos sobre 10 de suma ponderada de las calificaciones obtenidas.

Evaluación global

La evaluación global consistirá en una única prueba escrita de todo el temario de la asignatura y será calificada con una puntuación entre 0 y 10 puntos. Para superar la asignatura por evaluación global es necesario obtener una puntuación de al menos 5 puntos sobre 10.

Evaluación convocatoria extraordinaria

La evaluación en la convocatoria extraordinaria consistirá en una única prueba escrita de todo el temario de la asignatura y será calificada con una puntuación entre 0 y 10 puntos. Para superar la asignatura en la convocatoria extraordinaria es necesario obtener una puntuación de al menos 5 puntos sobre 10.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
J.M. Lee, Introduction to topological manifolds. Springer-Verlag, New York, 1991	Bibliografía	Rerefencia básica para variedades topológicas, grupo fundamental y clasificación de superficies cerradas.
J.M. Lee, Introduction to smooth manifolds. Springer, New York, 2013	Bibliografía	Referencia básica sobre variedades diferenciables.
E. Outerelo, J.A. Rojo, J.M. Ruiz, Topología Diferencial. Un curso de iniciación. Sanz y Torres, 2014.	Bibliografía	Referencia básica sobre variedades diferenciables.
V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology. AMS Chelsea Publishing, Providence, RI, 2010.	Bibliografía	Referencia básica variedades diferenciables.
J.W. Milnor, Topology from the Differentiable Viewpoint. The University Press of Virginia, 1965.	Bibliografía	Referencia clásica sobre variedades diferenciables.

E. Lima, Introdução à Topologia Diferencial. Rio de Janeiro: IMPA, 1961.	Bibliografía	Referencia básica sobre variedades diferenciables disponible en: https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/PM_02.pdf
E. Lima, Variedades Diferenciáveis. Rio de Janeiro: IMPA, 2007	Bibliografía	Referencia básica sobre variedades diferenciables disponible en: https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/PM_25.pdf
V. Muñoz, A. González-Prieto, J.A. Rojo, Geometry and Topology of Manifolds. Surfaces and Beyond. American Mathematical Society, Providence, RI, 2020.	Bibliografía	Referencia complementaria sobre variedades diferenciables.
A.A. Kosinski, Differential Manifolds. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1993.	Bibliografía	Referencia complementaria sobre variedades diferenciables.
H. Barge Yáñez, A. Zamora Saiz, Topología. Sanz y Torres, 2021.	Bibliografía	Referencia básica sobre grupo fundamental y clasificación de superficies.
J.R. Munkres, Topología. Prentice Hall, 2002.	Bibliografía	Referencia básica grupo fundamental y clasificación de superficies.
W.S. Massey, Introducción a la Topología Algebraica. Reverté, 2008.	Bibliografía	Referencia básica sobre grupo fundamental y clasificación de superficies.
V. Muñoz, J.J. Madrigal, Topología Algebraica. Sanz y Torres, 2015	Bibliografía	Referencia básica para grupo fundamental y clasificación de superficies.
H. Edelsbrunner, J.L. Harer, Computational Topology. An introduction, American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.	Bibliografía	Referencia para realizar la práctica

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

Este curso está relacionado con el ODS 4, Educación de Calidad: garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos.