



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de  
Enseñanza Superior

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**305000172 - álgebra Y Geometría Computacional**

### PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	11

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	305000172 - álgebra y Geometría Computacional
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Optativa
<b>Curso</b>	Cuarto curso
<b>Semestre</b>	Séptimo semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	30GM - Grado en Matematicas
<b>Centro responsable de la titulación</b>	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
<b>Curso académico</b>	2024-25

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Beatriz Pascual Escudero (Coordinador/a)		beatriz.pascual@upm.es	Sin horario. Se indicará al comienzo de curso

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Álgebra Lineal
- Ecuaciones Algebraicas
- Estructuras Algebraicas

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Capacidad lectora en inglés
- Programación (nivel básico)

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas, buscar soluciones y resolver modelos matemáticos de sistemas reales.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA220 - Resolver simbólicamente sistemas de ecuaciones polinómicas en varias variables mediante bases de Groebner y usar resultantes para resolver problemas de implicación de curvas y superficies.

RA222 - Conocer y aplicar los sistemas de álgebra computacional (CAS) a problemas en matemáticas para realizar cálculos simbólicos.

RA221 - Aplicar conceptos geométricos a la elaboración y validación de algoritmos que resuelvan problemas geométricos, eligiendo la estructura de los datos para optimizar los algoritmos.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

Esta asignatura abordará el estudio de sistemas de ecuaciones polinomiales y sus soluciones con herramientas algebraicas y geométricas. Para ello se trabajarán algunos conceptos básicos de Geometría Algebraica, centrándonos en la conexión ideal-variedad en el contexto de anillos de polinomios y variedades algebraicas afines. Se trabajará con la manipulación de ideales, herramientas computacionales como las bases de Gröbner, y resultados para contar soluciones (complejas, reales, positivas, etc.). Se introducirán elementos de Geometría convexa, como el politopo de Newton y su uso en problemas de Álgebra aplicada. El objetivo de los contenidos es proporcionar herramientas para comprender la geometría del conjunto de soluciones de problemas formulables mediante condiciones polinomiales. Además, se trabajarán estas herramientas en contextos aplicados, como las ciencias de la vida y la tecnología, variables en función de los intereses del alumnado.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Ideales y variedades I
  - 1.1. Polinomios, ideales y variedades
  - 1.2. Operaciones con ideales
  - 1.3. Correspondencia ideal-variedad
2. Bases de Gröbner y eliminación
  - 2.1. Órdenes monomiales
  - 2.2. Bases de Gröbner
  - 2.3. Criterio de Buchberger
  - 2.4. Propiedades y aplicaciones
  - 2.5. Eliminación y extensión
3. Ideales y variedades II
  - 3.1. Geometría y Álgebra de las variedades algebraicas afines
  - 3.2. Topología de Zariski
  - 3.3. Descomposición de ideales y variedades

### 3.4. Dimensión

### 3.5. Espacio tangente y puntos singulares

## 4. Dimensión 0

### 4.1. Variedades finitas

### 4.2. Polinomios de una variable

### 4.3. Resultante

### 4.4. Teoremas para contar raíces

## 5. Polinomios en las aplicaciones

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Presentación de la asignatura y preliminares</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
2	<p><b>Tema 2</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Tema 2</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Tema 2</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Aplicaciones</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
5	<p><b>Tema 2</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Aplicaciones</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Tema 3</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Aplicaciones</b> Duración: 02:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			

7	<p><b>Tema 3</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Tema 3</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
9	<p><b>Tema 4</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Tema 4</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
11	<p><b>Tema 4</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Tema 4</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Entrega de resultados del trabajo en grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
13	<p><b>Tema 5</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
14	<p><b>Tema 5</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Evaluación de entregas de ejercicios individuales durante las clases a lo largo del curso</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
15	<p><b>Aplicaciones</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p><b>Presentación de proyectos en grupo</b> PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>

16				
17				<b>Examen</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 03:00  <b>Presentación de trabajo individual</b> PI: Técnica del tipo Presentación Individual Evaluación Global No presencial Duración: 00:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
12	Entrega de resultados del trabajo en grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	20%	3 / 10	CG1 CG5 CG2 CG3 CG4 CE1 CE3 CE4 CE7 CE8
14	Evaluación de entregas de ejercicios individuales durante las clases a lo largo del curso	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	40%	4 / 10	CG5 CG3 CG4 CE1 CE2 CE3 CE4 CE5 CE7 CE8
15	Presentación de proyectos en grupo	PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo	Presencial	02:00	30%	5 / 10	CG5 CG2 CG4 CE1 CE7

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	4 / 10	CG1 CG5 CG2 CG3 CG4 CE1 CE2 CE3 CE4 CE5

							CE7 CE8
17	Presentación de trabajo individual	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	No Presencial	00:00	50%	5 / 10	CG1 CG5 CG2 CG3 CG4 CE1 CE3 CE4 CE5 CE7 CE8

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	4 / 10	CG1 CG5 CG2 CG3 CG4 CE1 CE2 CE3 CE4 CE5 CE7 CE8
Presentación de trabajo individual	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	Presencial	00:00	50%	5 / 10	CG1 CG5 CG2 CG3 CG4 CE1 CE3 CE4 CE5 CE7 CE8

## 7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva constará de cuatro partes:

1. Entrega de prácticas individuales a lo largo del curso (SE5): 40%. Será necesaria una nota mínima de 4/10 en esta parte para aprobar la evaluación progresiva.
2. Trabajo en grupos en un problema aplicado, con al menos una entrega parcial de los resultados en la semana 12 (SE2): 20%. Será necesaria una nota mínima de 3/10 en esta parte para aprobar la evaluación progresiva.
3. Presentación de los proyectos en grupo (SE7): 30%, que incluirá la entrega de una memoria final de los resultados (10%) y exposición oral en clase durante las últimas 3 semanas (20%). Será necesaria una nota mínima de 5/10 en esta parte para aprobar la evaluación progresiva. Las fechas de las presentaciones son orientativas y dependerán del número de grupos.
4. Nota de clase (SE1): 10%

La evaluación global, tanto en convocatoria ordinaria como extraordinaria, consistirá en

1. Examen escrito con una parte teórica y una parte práctica: 50%. Será necesaria una nota mínima de 4/10 en esta parte para aprobar.
2. Entrega y presentación de trabajo individual 50%. Será necesaria una nota mínima de 5/10 en esta parte para aprobar.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Moodle de la asignatura	Recursos web	Contendrá material necesario para seguir las clases, tanto de teoría como de problemas
D. A. Cox, J. Little, and D. O'Shea. Ideals, Varieties, and Algorithms: An Introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra, Undergraduate Texts in Mathematics. Springer International	Bibliografía	Bibliografía de referencia

Publishing (2015).		
D. A. Cox, J. Little, and D. O'Shea. Using Algebraic Geometry, Graduate Texts in Mathematics. Springer International Publishing (2005)	Bibliografía	Bibliografía de referencia
G. M. Ziegler. Lectures on Polytopes, Graduate Texts in Mathematics. Springer International Publishing (1995)	Bibliografía	Bibliografía de referencia
M. Michalek and B. Sturmfels. Invitation to Nonlinear Algebra, Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society (2021).	Bibliografía	Bibliografía adicional
I. Portakal, B. Sturmfels. Geometry of dependency equilibria, with Bernd Sturmfels, Rendiconti dell'Istituto di Matematica dell'Università di Trieste, Vol. 54 (5) (2022)	Bibliografía	Bibliografía adicional
L. Patcher and B. Sturmfels. Algebraic Statistics for Computational Biology, Cambridge University Press (2005)	Bibliografía	Bibliografía adicional
M. Feinberg. Foundations of Chemical Reaction Network Theory, Applied Mathematical Sciences 202. Springer International Publishing (2019)	Bibliografía	Bibliografía adicional
O. Bohigas, M. Manubens and L. Ros. Singularities of Robot Mechanisms: Numerical Computation and Avoidance Path Planning, Mechanisms and Machine Science 41. Springer (2017)	Bibliografía	Bibliografía adicional

R. Hartley and A. Zisserman. Multiple view Geometry in Computer Vision, Cambridge University Press (2002)	Bibliografía	Bibliografía adicional
---	--------------	------------------------