



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000159 - Geometría Diferencial

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	3
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	15
9. Otra información.....	16

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000159 - Geometría Diferencial
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Optativa
Curso	Cuarto curso
Semestre	Séptimo semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Maria Eugenia Rosado Maria (Coordinador/a)		eugenia.rosado@upm.es	Sin horario. La profesora indicará el horario de tutorías al comenzar el curso.

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

2.3. Profesorado externo

Nombre	Correo electrónico	Centro de procedencia
Pedro María González-manchón	pedro.gmanchon@upm.es	E.T.S. Ingeniería y Diseño Industrial

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Análisis Vectorial
- Cálculo En Una Variable
- Geometría Diferencial De Curvas Y Superficies
- Geometría I
- Cálculo En Varias Variables
- Topología
- Fundamentos De Matemáticas
- Álgebra Lineal

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstraer las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas, buscar soluciones y resolver modelos matemáticos de sistemas reales.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA214 - Distinguir las nociones de variedad topológica y variedad diferenciable

RA250 - Interpretar un campo tangente como flujo de la variedad

RA251 - Distinguir y manejar correctamente la derivada covariante y la derivada de Lie

RA253 - Aplicar los conocimientos aprendidos al estudio de variedades de curvatura constante

RA189 - Distinguir entre nociones local y global, intrínseca y extrínseca.

RA215 - Distinguir las nociones de inmersión y submersión

RA255 - Manejar los teoremas de Stokes y Gauss-Bonnet en el contexto general de las variedades diferenciables

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

En este curso se presentan las herramientas necesarias, tanto analíticas como algebraicas, para trabajar con variedades, como por ejemplo campos vectoriales y formas. Se presenta una forma muy general del Teorema de Stokes que incluye como casos especiales los teoremas clásicos de Gauss, Green y Stokes. También se presenta la teoría de la cohomología de De Rham, que es fundamental para muchos argumentos en topología. Se estudia el concepto de conexión que es uno de los conceptos esenciales de la geometría diferencial ya que permite comparar la geometría local entre dos puntos de la variedad. Se estudiarán los distintos conceptos asociados a una conexión (transporte paralelo y derivada covariante) así como las distintas maneras de definir una conexión (conexión de Cartan, de Ehresman y de Koszul). En este punto, podremos formular de manera adecuada invariantes geométricos de las variedades como el tensor de curvatura y forma de curvatura y tensor de torsión. Finalmente, se introduce brevemente el concepto de variedad de Riemann, y geodésicas en una variedad de Riemann.

5.2. Temario de la asignatura

1. Variedades diferenciables
2. Campos tensoriales y formas diferenciales
3. Integración en variedades
4. Grupos de Lie
5. Conexiones
6. Métricas Riemannianas

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Presentación de la asignatura Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00
2	Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00
3	Tema 1/2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00
4	Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00
5	Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00
6	Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00

7	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
8	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
9	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
10	<p>Tema 4 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
11	<p>Tema 5 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
12	<p>Tema 5 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
13	<p>Tema 6 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
14	<p>Tema 6 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>

15	<p>Tema 6 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Evaluación práctica TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación Progresiva No presencial Duración: 00:00</p>
16				<p>Examen final progresiva EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:30</p>
17				<p>Examen final EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 02:30</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
1	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
2	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7 CE3 CE8
3	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7

4	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
5	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
6	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
7	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE3 CE8 CE4 CE7

8	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
9	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
10	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
11	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7

12	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	
13	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
14	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CG3 CG2 CE5 CG5 CE3 CE8 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
15	Evaluación práctica	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	4%	/ 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7
16	Examen final progresiva	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	40%	5 / 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CE2 CG5 CG4 CG1 CE1 CE4 CE7

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CE3 CE8 CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CG1 CE2 CE4 CE7

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Prueba de evaluación extraordinaria que constará de un examen escrito y un peso del 100% de la nota	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG3 CG2 CE5 CG5 CG4 CE3 CE8 CG1 CE1 CE2 CE4 CE7

7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva consistirá en:

- Realización de ejercicios, prácticas con ordenador, entregas, y otras actividades programadas por el profesor, con valor el 60% de la nota final del curso
- Una prueba escrita con valor el 40% de la nota final del curso

Para poder aprobar por evaluación progresiva se debe haber realizado los ejercicios y actividades programadas por el profesor

y haber realizado la prueba escrita.

En el caso de no aprobar la signatura por evaluación progresiva, el estudiante podrá realizar una prueba final con valor el 100% de la nota final del curso.

El estudiante superará dicha prueba si obtiene una calificación igual o superior a 5 sobre 10.

Si el estudiante no supera la asignatura en la convocatoria ordinaria puede realizar la prueba de evaluación extraordinaria que consistirá en un examen escrito con un peso del 100% de la nota.

El estudiante superará dicha prueba si obtiene una calificación igual o superior a 5 sobre 10.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Pedro M. Gadea, Jaime Muñoz Masqué, Ihor V. Mykytyuk, Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds. A workbook for Students and Teacher. Second Edition, Springer, 2009.	Bibliografía	Libro de problemas
Noel J. Hicks, Notes on differential Geometry, D. Van Nostrand, New York, New York, 1965.	Bibliografía	Bibliografía básica
Wolfgang Kühnel, Differential Geometry: Curves ? Surfaces ? Manifolds, Third Edition, AMS, 2015	Bibliografía	Bibliografía básica
W. M. Boothby. An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry, Academic Press Inc., 1975.	Bibliografía	Bibliografía básica
Peter W. Michor, Topics in Differential Geometry (Graduate Studies in Mathematics, 93), 2008	Bibliografía	Libro de consulta
J. M. Lee, Introduction to Smooth Manifolds, Springer, 2013.	Bibliografía	Libro de consulta
B. O'Neill, Semi-Riemannian geometry with applications to relativity, 1983.	Bibliografía	Libro de consulta
S. Sternberg, Curvature in Mathematics and Physics, 2012.	Bibliografía	Libro de consulta

S. Helgason. Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces, AMS, 2001.	Bibliografía	Libro de consulta
S. Kobayashi y K. Nomizu, K., Foundations of Differential Geometry, Vol. 1 y 2, Wiley Classics Library, 1963 y 1969.	Bibliografía	Bibliografía avanzada

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura