



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000122 - Geometria Diferencial De Curvas Y Superficies

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	5
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	10
9. Otra información.....	11

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000122 - Geometria Diferencial de Curvas y Superficies
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Obligatoria
Curso	Tercero curso
Semestre	Quinto semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Pedro Maria Gonzalez Manchon (Coordinador/a)		pedro.gmanchon@upm.es	Sin horario. Concertar con el profesor

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidas asignaturas previas recomendadas para esta asignatura.

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Formación básica en Ecuaciones diferenciales ordinarias y Análisis vectorial.
- Formación sólida en Álgebra lineal y Cálculo en varias variables.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA188 - Manejar los invariantes locales de curvas y superficies.

RA189 - Distinguir entre nociones local y global, intrínseca y extrínseca.

RA186 - Formular los aspectos básicos de la teoría de curvas y superficies en el contexto general de la geometría diferencial.

RA187 - Aplicar las herramientas del cálculo diferencial al estudio de la geometría de curvas y superficies en el espacio tridimensional.

RA190 - Utilizar los principales resultados de la teoría de curvas y superficies en contextos aplicados.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

La geometría diferencial considera esenciales las nociones de tangencia y curvatura. Su estudio fue iniciado por Gauss y continuado en el contexto más general de las variedades diferenciables por Riemann. Las variedades diferenciables modelan, por ejemplo, los espacios de configuración y de fases de un sistema físico, y son los objetos básicos sobre los que se construye la teoría de la Relatividad.

Este curso es una introducción a la geometría diferencial de curvas y superficies. Aparte de disfrutar esta materia, se pretende facilitar la transición al estudio futuro de las variedades diferenciables. El curso se desarrollará en torno a los cuatro primeros capítulos del libro "Differential Geometry" de Wolfgang Kühnel, con el apoyo más

pedagógico del libro "Un curso de Geometría Diferencial" de Hernández y Pastor.

5.2. Temario de la asignatura

1. Curvas.

- 1.1. Curvas y referencias de Frenet en el espacio euclídeo.
- 1.2. Curvaturas, torsión y las ecuaciones de Frenet.
- 1.3. Teorema fundamental de la teoría local de curvas.
- 1.4. Tópicos de la teoría global de curvas.

2. Superficies. Teoría local.

- 2.1. Elemento de superficie y primera forma fundamental.
- 2.2. La aplicación de Gauss y el operador de Weingarten.
- 2.3. Segunda y tercera formas fundamentales. Curvatura.
- 2.4. Introducción a las superficies de rotación, regladas y minimales.

3. Geometría intrínseca de superficies.

- 3.1. Isometrías. Las ecuaciones de Gauss y de Codazzi-Mainardi. El teorema egregium de Gauss.
- 3.2. Derivada covariante. Transporte paralelo y geodésicas.
- 3.3. La aplicación exponencial. Propiedades métricas de las geodésicas.
- 3.4. El teorema de Gauss-Bonnet.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p>Presentación de la asignatura Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1 Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
2	<p>Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p>Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p>Tema 1 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
5	<p>Tema 1. Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p>Tema 1. Repaso Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

7	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Entrega de problemas evaluable OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>
8	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
9	<p>Tema 2 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p>Tema 2. Repaso Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Entrega de problemas evaluable OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación Progresiva Presencial Duración: 00:00</p>
14	<p>Tema 3 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Resolución de problemas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

15				<p>Exposiciones breves en grupo PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo Evaluación Progresiva Presencial Duración: 03:00</p> <p>Prueba Global EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
16				
17				<p>Examen final global EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 03:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
7	Entrega de problemas evaluable	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	10%	/ 10	CG3 CE1 CE2 CE3 CE5
13	Entrega de problemas evaluable	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	10%	/ 10	CG3 CE1 CE2 CE3 CE5
15	Exposiciones breves en grupo	PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo	Presencial	03:00	10%	/ 10	CE1 CE2 CE3 CE5 CG5
15	Prueba Global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	70%	4 / 10	CG5 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE3 CE5 CE7

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE7 CG1 CG2 CG3 CE1 CE2 CE3 CE5 CG5

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen Final Extraordinario	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE7 CG1 CG2 CG3 CE1 CE2 CE3 CE5 CG5

7.2. Criterios de evaluación

El alumno podrá superar la asignatura mediante el sistema de Evaluación Progresiva y, de no lograrlo, podrá presentarse al Examen Final Global.

Evaluación Progresiva. En el sistema de Evaluación Progresiva hay dos componentes:

- Prueba global (jueves 12 de diciembre), con un peso mínimo del 70%.
- Evaluación de clase, con un peso máximo del 30%. Constará de: (a) Dos entregas de problemas, cada una con un peso máximo del 10% (lunes 14 de octubre y lunes 25 de noviembre). (b) Breve exposición en grupo de un tema seleccionado por los alumnos y el profesor, con un peso máximo del 10% (lunes 9 y martes 10 de diciembre).

Examen Final Global. Cualquier alumno, haya superado o no la Evaluación Progresiva, podrá presentarse al Examen Final Global (fecha fijada por Jefatura de Estudios). En tal caso, la calificación final otorgada será el máximo entre la calificación del Examen Final Global y la calificación de la Evaluación Progresiva.

Alumnos no presentados. Se otorgará la calificación "No Presentado" solo a aquellos alumnos que no se hayan

presentado a ninguna prueba de evaluación.

Convocatoria Extraordinaria. La evaluación de la asignatura en Convocatoria Extraordinaria se realizará a través de un único examen (fecha fijada por Jefatura de Estudios).

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
W. Kühnel: Differential Geometry; Curves-Surfaces-Manifolds. AMS, Third edition, 2015.	Bibliografía	El curso desarrolla los cuatro primeros capítulos de este libro.
José Antonio Pastor González y María de los Ángeles Hernández Cifre: Un curso de geometría diferencial. Segunda edición, CSIC, 2019.	Bibliografía	En castellano. Abarca el temario del curso y más.
Noel J. Hicks: Notes on Differential Geometry. Van Nostrand Reinhold Company, 1965.	Bibliografía	Existe una edición revisada y modernizada del colectivo TEXromancers, aunque (de momento) contiene algunos errores que no aparecen en el original.
M. P. Do Carmo: Differential geometry of curves and surfaces. Second edition, Dover, 2016.	Bibliografía	Existe una versión en castellano.

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

- La herramienta informática utilizada para elaborar la presente guía diferencia de manera estricta entre clase magistral y clase de problemas. En la práctica se integrarán las dos modalidades de manera simultánea.
- Las fechas indicadas en el cronograma y los tiempos asignados para las pruebas de evaluación son aproximados.
- Objetivos de desarrollo sostenible (ODS). En el desarrollo de este curso se tendrá presente el ODS 4, Educación de Calidad: garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos.

Nota: La aplicación informática con la que se elabora esta guía impide matizar algunas de las cosas que aquí figuran escritas, y no permite corregir algunas faltas de ortografía que vienen por defecto. Aunque este documento pretende ser lo más completo posible y servir de auténtica guía al alumno, será el profesor en última instancia el que resuelva cualquier discrepancia que pudiera derivarse de su contenido.