



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000120 - Análisis Complejo

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000120 - Análisis Complejo
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Obligatoria
Curso	Tercero curso
Semestre	Quinto semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2024-25

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Alicia Canton Pire (Coordinador/a)	P1.06, Navales	alicia.canton@upm.es	Sin horario. Se fijarán al comienzo de curso. Contactar por correo electrónico para concretar tutorías

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Análisis Vectorial
- Topología
- Cálculo En Una Variable
- Cálculo En Varias Variables

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Lectura en inglés

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

CT2 - Organizar y planificar tareas y proyectos, identificando objetivos, prioridades, plazos, recursos y riesgos, y controlando los procesos establecidos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA177 - Describir y construir aplicaciones conformes entre dominios planos

RA176 - Calcular integrales reales y complejas mediante la teoría de Cauchy

RA175 - Clasificar las singularidades aisladas de funciones holomorfas

RA173 - Describir, probar y aplicar las propiedades fundamentales de las funciones holomorfas

RA174 - Representación de funciones holomorfas como series de Taylor o de Laurent.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

Esta asignatura es una introducción a las funciones derivables de una variable compleja y sus propiedades principales, que las distinguen de las funciones de dos variables reales: desarrollo en series de potencias, conjunto de ceros, estimaciones de crecimiento, integración sobre curvas cerradas, singularidades, etc. Si la concreción temporal de las clases lo permitiera, se incluiría además un tema sobre aplicaciones conformes y el Teorema de la Aplicación de Riemann.

Para presentar esta asignatura se ha elegido el libro "Complex Analysis" de Donald Marshall, con el que se comparte el punto de vista de explotar las propiedades de las funciones analíticas (en algún sentido, polinomios de grado infinito) para luego demostrar la equivalencia de analiticidad y holomorfía y a partir de ahí desarrollar la teoría de Cauchy.

Para superar la materia tratada en esta asignatura es necesario dominar conceptos de análisis de funciones reales en una y varias variables, cálculo vectorial y topología.

5.2. Temario de la asignatura

1. Preliminares

- 1.1. Números complejos
- 1.2. Operaciones con números complejos
- 1.3. Algunas funciones elementales

2. Funciones analíticas

- 2.1. Polinomios y funciones racionales
- 2.2. Teorema fundamental del álgebra
- 2.3. Series de potencias y funciones analíticas

3. Crecimiento de funciones analíticas

- 3.1. Principio del máximo para funciones analíticas
- 3.2. Comportamiento local de funciones analíticas
- 3.3. Crecimiento de funciones definidas en el plano o en un disco (Teorema de Liouville y Lema de Schwarz)

4. Funciones holomorfas. Integración y aproximación

- 4.1. Integración sobre curvas de funciones de una variable compleja
- 4.2. Definición de función holomorfa. Equivalencia entre holomorfía y analiticidad
- 4.3. Estimaciones de Cauchy
- 4.4. Aproximación de funciones holomorfas

5. Teorema de Cauchy

- 5.1. Teorema de Cauchy global
- 5.2. Fórmula integral de Cauchy
- 5.3. Índice de una curva con respecto a un punto
- 5.4. Singularidades aisladas
- 5.5. Series de Laurent
- 5.6. Principio del argumento

6. Cálculo de residuos

- 6.1. Integración sobre curvas cerradas. Teorema de los residuos

6.2. Cálculo de residuos

6.3. Aplicación del teorema de los residuos para el cálculo de integrales reales

7. Funciones armónicas y subarmónicas

7.1. Teorema del valor medio y principio del máximo

7.2. Integral de Poisson en el disco

7.3. Ecuaciones de Cauchy-Riemann

8. Aplicaciones conformes*

8.1. Aplicaciones de Möbius

8.2. trucción de algunas aplicaciones conformes

8.3. Teorema de la aplicación de Riemann

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p>Presentación asignatura Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1: Preliminares Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 1: Preliminares Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 1: Preliminares Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
3	<p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
4	<p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 2: Funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios para entregar Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Trabajo en aula TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>

5	<p>Tema 3: Crecimiento de funciones analíticas Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3: Crecimiento de funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 3: Crecimiento de funciones analíticas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
6	<p>Tema 4: Funciones holomorfas. Integración y aproximación. Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4: Funciones holomorfas. Integración y aproximación Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 4: Funciones holomorfas. Integración y aproximación. Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
7	<p>Tema 4: Funciones holomorfas. Integración y aproximación. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 4: Integración y aproximación. Funciones holomorfas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Examen parcial Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Primer parcial EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
8	<p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			

9	<p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
10	<p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 5: Teoría de Cauchy. Singularidades aisladas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 6: Cálculo de residuos Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
11	<p>Tema 6: Cálculo de residuos Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 6: Cálculo de residuos Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios para entregar Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p>Trabajo en aula TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
12	<p>Tema 6: Cálculo de residuos Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 6: Cálculo de residuos Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p>Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 7: Funciones armónicas y</p>			

	subarmónicas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
14	Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7: Funciones armónicas y subarmónicas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
15				
16	Examen parcial Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación			Segundo parcial EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00
17				Examen global de todos los temas de la asignatura EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 03:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
4	Trabajo en aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	02:00	10%	/ 10	
7	Primer parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3 / 10	CE1 CE3 CE5 CG5 CE2 CE7
11	Trabajo en aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	02:00	10%	/ 10	CT2 CE1 CE3 CE5 CE2 CE7
16	Segundo parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3 / 10	CT2 CE1 CE3 CE5 CG5 CE2 CE7

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global de todos los temas de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	/ 10	CT2 CG5 CE1 CE2 CE3 CE5 CE7

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen global de todos los temas de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	/ 10	CG5 CE1 CE2 CE3 CE5 CE7

7.2. Criterios de evaluación

La **evaluación progresiva** constará de dos partes diferenciadas: 1) entrega de ejercicios realizados en el aula de manera individual y 2) dos exámenes parciales.

- Para la **realización de ejercicios en el aula** se podrá consultar al profesor de la asignatura. Se pretende que esta forma de evaluación además de ser sumativa sea formativa. Durante el curso habrá dos entregas, cada una de ellas tendrá un peso de 10% en la nota final.
- **Dos exámenes parciales.** Cada examen parcial tendrá una duración de unas dos horas y tendrá un peso del 40% en la nota de evaluación progresiva siempre que su calificación sea al menos de 3 puntos sobre 10.

Cálculo de la calificación en evaluación progresiva:

Se considerará como presentado en convocatoria ordinaria cualquier estudiante que haya realizado al menos uno de los exámenes parciales o el examen final de enero.

Los estudiantes que obtengan calificación de al menos tres puntos en cada examen parcial, y una nota mayor o igual que cinco en la evaluación progresiva, habrán aprobado la asignatura.

Aquellos estudiantes que hayan realizado los dos exámenes parciales y en uno de ellos hayan obtenido una nota inferior a tres, tendrán como calificación en la evaluación progresiva el mínimo entre 4 y la media ponderada de los dos parciales y las entregas de ejercicios.

Aquellos alumnos que se hayan presentado a un solo examen parcial tendrán como calificación en la evaluación progresiva la media ponderada de los exámenes parciales y las entregas de ejercicios considerando la calificación de 0 en el parcial al que no se haya presentado.

Cálculo de la calificación en convocatoria ordinaria:

Aquellos alumnos que no se presenten al examen final global tendrán como calificación en convocatoria ordinaria la obtenida en la evaluación progresiva siendo esta "No Presentado" en caso de no haber realizado ninguno de los exámenes parciales.

Aquellos estudiantes que no hayan aprobado mediante la evaluación progresiva, se podrán presentar al examen global de convocatoria ordinaria que abarcará todo el temario de la asignatura. Para este examen no se guardarán notas de los parciales de las pruebas de evaluación progresiva.

Aquellos alumnos que aún habiendo aprobado la asignatura por evaluación progresiva deciden realizar el examen final global obtendrán como calificación final en convocatoria ordinaria el máximo de las calificaciones obtenidas en la evaluación progresiva y en el examen final.

Criterios de evaluación:

En la calificación de los ejercicios y exámenes se tendrá en cuenta no solamente el resultado final, sino que también la justificación, rigor y la claridad del razonamiento que lleva al resultado (por ejemplo, si se usa un teorema, especificar el teorema utilizado y comentar o demostrar que se está bajo las hipótesis del mismo).

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Complex Analysis; Donald Marshall	Bibliografía	Libro de referencia para la asignatura. Escrito en inglés
Complex Analysis; Lars V. Ahlfors	Bibliografía	Una referencia clásica en Análisis Complejo con énfasis en el aspecto geométrico del análisis complejo. El orden de presentación de los temas de este libro es algo diferente al elegido como libro de referencia.
Complex Variables. Introduction and Applications; Mark J. Ablowitz y Athanassios S. Fokas	Bibliografía	Es un libro que enfatiza las diferentes aplicaciones del análisis complejo
Capítulos 5 y 6 del documental Dimensions, Jos Leys. https://www.dimensions-math.org/	Otros	Videos en YouTube en castellano: https://www.youtube.com/watch?v=30GO1M9JRgA&list=PLw2BeOjATqrsZAYGGJTbAWkhKEV7C44nk&index=6 https://www.youtube.com/watch?v=5aaUik7BtaE&list=PLw2BeOjATqrsZAYGGJTbAWkhKEV7C44nk&index=7
Möebius transformations revealed: https://www.youtube.com/watch?v=JX3VmDgiFnYd	Otros	Vídeo en YouTube https://www.youtube.com/watch?v=JX3VmDgiFnYd

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

El cronograma que aparece en esta guía puede verse afectado ligeramente en el desarrollo diario de las clases. La distinción entre clase magistral y clases de problemas no será tan rígida como aparece en la guía. En las clases se irán entremezclando desarrollo teóricos con ejemplos y ejercicios prácticos.