



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingeniería y Sistemas  
de Telecomunicación

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**595000002 - Algebra Lineal**

### PLAN DE ESTUDIOS

59EC - Grado En Ingeniería Electronica De Comunicaciones

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
4. Descripción de la asignatura y temario.....	4
5. Cronograma.....	7
6. Actividades y criterios de evaluación.....	10
7. Recursos didácticos.....	11
8. Otra información.....	12

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	595000002 - Algebra Lineal
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Curso</b>	Primer curso
<b>Semestre</b>	Primer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	59EC - Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones
<b>Centro responsable de la titulación</b>	59 - Escuela Tecnica Superior De Ingeniería Y Sistemas De Telecomunicacion
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías</b> *
Rafael Delgado Lopez (Coordinador/a)	A2108A	rafael.delgado@upm.es	Sin horario.
Rafael Jose Hernandez Heredero	A2106	rafael.hernandez.heredero@ upm.es	Sin horario.
Gerardo Perez Villalon	A2107	gerardo.perez@upm.es	Sin horario.

Raquel Agueda Mate	A2109	raquel.agueda@upm.es	Sin horario.
--------------------	-------	----------------------	--------------

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 3.1. Competencias

CE B1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG 04 - Capacidad de abstracción, de análisis y de síntesis y de resolución de problemas.

CG 11 - Habilidades para la utilización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

### 3.2. Resultados del aprendizaje

RA11 - Manejar con soltura el álgebra de matrices y vectores

RA1069 - Hallar la matriz de una aplicación lineal, de la composición de aplicaciones lineales y de la aplicación inversa

RA1068 - Calcular la dimensión y bases de un subespacio vectorial, en particular del núcleo e imagen de una aplicación lineal. Realizar cambios de base. Conocer las distintas formas de definir y calcular el rango de una matriz. Demostrar y aplicar el teorema del rango

RA1074 - Utilizando software matemático estudiar sistemas lineales, características de un conjunto de vectores, y de aplicaciones lineales, y calcular dimensiones y bases de subespacios vectoriales, coordenadas, proyecciones ortogonales y distancias

RA660 - Analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando la forma escalonada reducida de la matriz del sistema

RA3 - Reconocer la necesidad de abstracción para trasladar la información física de problemas a formas matemáticas que faciliten su resolución

RA2 - Comprender la necesidad de relacionar la intuición con la precisión y el rigor para formular y tratar las

cuestiones científicas y técnicas

RA4 - Adquirir destreza en el cálculo y conciencia de su necesidad para obtener resultados a través de la resolución de ejercicios y problemas

RA1072 - Diagonalizar ortogonalmente una matriz simétrica y aplicar el teorema espectral

RA1071 - Identificar un espacio vectorial y manejar los espacios vectoriales de polinomios, matrices, señales, polinomios trigonométricos y funciones en general, en especial calcular bases y coordenadas en estos espacios

RA1073 - Calcular la matriz de una aplicación lineal respecto a una base arbitraria. Conocer y calcular la relación de semejanza entre las distintas matrices de una aplicación lineal

RA1 - Adquirir capacidad de ordenar y relacionar ideas con ayuda de los métodos matemáticos

RA1076 - Calcular la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial y distancias. Calcular las coordenadas en una base ortogonal directamente y mediante matrices ortogonales. Calcular la distancia entre un vector y un subespacio vectorial. Calcular una base ortogonal mediante el proceso de Gram-Schmidt. Calcular la solución mínimos cuadrados de un sistema. Calcular la recta de regresión

RA1070 - Caracterizar cuando un conjunto de vectores son un sistema de generadores, cuando son independientes y cuando forman una base. Caracterizar cuando una aplicación lineal es suprayectiva, cuando es inyectiva y cuando es invertible

RA8 - Adquirir conocimientos básicos sobre los fundamentos teóricos de los espacios vectoriales

RA1243 - Aproximar una función por una serie truncada de Fourier

## 4. Descripción de la asignatura y temario

---

### 4.1. Descripción de la asignatura

En esta asignatura se estudia álgebra lineal básica, dedicando especial atención a los cambios de base, a la diagonalización de matrices y al proyector ortogonal. Los contenidos teóricos se complementan con la resolución de problemas y con prácticas utilizando software matemático. En esta parte práctica se presentan algunas de las aplicaciones más significativas del álgebra a la ingeniería de Telecomunicación, estableciéndose conexiones con otras asignaturas.

### 4.2. Temario de la asignatura

1. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
  - 1.1. Sistemas de ecuaciones lineales
  - 1.2. Reducción por filas y formas escalonadas
  - 1.3. Forma escalonada reducida y posiciones pivote
  - 1.4. Existencia y unicidad de soluciones
2. COMBINACIONES LINEALES
  - 2.1. Ecuaciones vectoriales y ecuaciones matriciales
  - 2.2. Combinaciones lineales
  - 2.3. Subespacio generado por un conjunto de vectores
  - 2.4. Expresión vectorial de las soluciones de un sistema lineal
  - 2.5. Independencia lineal
3. TRANSFORMACIONES LINEALES
  - 3.1. Transformación lineal
  - 3.2. La matriz canónica de una transformación lineal
  - 3.3. Transformaciones lineales suprayectivas e inyectivas
4. ÁLGEBRA DE MATRICES Y DETERMINANTES
  - 4.1. Suma y multiplicación por escalares

- 4.2. Composición de transformaciones lineales
- 4.3. Multiplicación de matrices
- 4.4. Traspuesta de una matriz
- 4.5. Inversa de una matriz
- 4.6. Algoritmo para el cálculo de la inversa
- 4.7. Transformaciones lineales invertibles
- 4.8. Determinante de una matriz
- 4.9. Propiedades de determinantes
- 4.10. Cálculo de determinantes
- 5. SUBESPACIOS DE  $\mathbb{R}^n$ 
  - 5.1. Espacio columna y espacio nulo de una matriz
  - 5.2. Bases
  - 5.3. Base del espacio columna y del espacio nulo
  - 5.4. Coordenadas
  - 5.5. Dimensión de un subespacio
  - 5.6. Rango de una matriz
  - 5.7. Teorema del Rango
- 6. ESPACIOS VECTORIALES
  - 6.1. Espacio vectorial
  - 6.2. Subespacios vectoriales
  - 6.3. Combinaciones lineales e independencia lineal
  - 6.4. Bases, dimensión y coordenadas
  - 6.5. Transformaciones lineales, núcleo y rango
  - 6.6. Isomorfismo de coordenadas
  - 6.7. Matriz de cambio de coordenadas
- 7. DIAGONALIZACIÓN
  - 7.1. Vectores y valores propios
  - 7.2. La ecuación característica
  - 7.3. Matrices semejantes

7.4. Diagonalización de matrices

7.5. Potencias de una matriz y sistemas dinámicos

7.6. Las matrices de una transformación lineal

7.7. Relación de semejanza entre las matrices de una transformación lineal

7.8. Valores propios complejos

## 8. ORTOGONALIDAD

8.1. Producto escalar, norma y distancia

8.2. Bases ortogonales

8.3. Coordenadas en una base ortogonal

8.4. Proyección ortogonal

8.5. Bases ortonormales y matriz del proyector ortogonal

8.6. Matrices ortogonales

8.7. Proceso de Gram-Schmidt

8.8. Mínimos cuadrados y recta de regresión

8.9. Diagonalización de matrices simétricas

8.10. Producto escalar en espacios de funciones. Series de Fourier



## 5. Cronograma

### 5.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>Tema 1. Sistemas de ecuaciones lineales</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
2	<b>Tema 2: Combinaciones Lineales</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
3	<b>Tema 2: Combinaciones Lineales</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tema 3. Transformaciones lineales</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
4	<b>Tema 4. Álgebra de Matrices y Determinantes</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
5	<b>Tema 5. Subespacios de <math>R^n</math></b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
6	<b>Tema 5. Subespacios de <math>R^n</math></b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tema 6. Espacios vectoriales</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
7	<b>Tema 6. Espacios vectoriales</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tema 7. Diagonalización</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
8	<b>Tema 7. Diagonalización</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Práctica de los Temas 1,2 y 3 Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente.</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio			<b>Primer Parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00

9	<p><b>Tema 7. Diagonalización</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Práctica de los Temas 6 y 7 Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente.</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
10	<p><b>Tema 7. Diagonalización</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
11	<p><b>Tema 7. Diagonalización</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 8. Ortogonalidad</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
12	<p><b>Tema 8. Ortogonalidad</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Práctica del Tema 8. Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente.</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
13	<p><b>Tema 8. Ortogonalidad</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
14	<p><b>Tema 8. Ortogonalidad</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Repaso y resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15				
16				
17				<p><b>Examen Global (cuenta el 100% de la calificación, eliminando la nota del 1er parcial, si ello beneficiase al alumno)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:30</p> <p><b>Examen Global</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:30</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso

derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 6. Actividades y criterios de evaluación

### 6.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 6.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Primer Parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	/ 10	CE B1 CG 04
17	Examen Global (cuenta el 100% de la calificación, eliminando la nota del 1er parcial, si ello beneficiase al alumno)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	70%	3 / 10	CE B1 CG 04 CG 11

#### 6.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen Global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CE B1 CG 04 CG 11

#### 6.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen Extraordinario	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE B1 CG 04 CG 11

## 6.2. Criterios de evaluación

Tanto el Examen Global como el Examen Extraordinario contendrán preguntas teóricas relativas a la parte de laboratorio (Octave/Matlab). La calificación de la asignatura por evaluación progresiva se obtiene mediante el máximo de estas posibles calificaciones:

- Calificación con 1er parcial:  $0.3 \cdot (\text{primer parcial}) + 0.7 \cdot (\text{examen global})$
- Calificación sin 1er parcial:  $1.0 \cdot (\text{examen global})$

La calificación será la máxima de las dos anteriores, **salvo que el alumno hubiera obtenido menos de un 3 en el examen global**, en cuyo caso se anularía la calificación de dicho parcial y se calcularía la nota final mediante la última fórmula (sin el 1er parcial). No se guardarán las calificaciones del primer parcial de un año para otro.

Cualquier alumno que se haya presentado a alguno de las pruebas de evaluación obtendrá como calificación de la asignatura la resultante de aplicar estos criterios de evaluación (con la calificación de "0" en todas aquellas pruebas a las que no se hubiera presentado). El único alumno que obtendrá una calificación de "no presentado" será aquél que no se presente a "ninguna" de las pruebas de evaluación.

## 7. Recursos didácticos

---

### 7.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Plataforma Institucional Moodle	Recursos web	
Libro: Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. D.C. Lay	Bibliografía	Ed. Pearson Educación
Hojas de problemas	Otros	
Laboratorio de Matemáticas	Equipamiento	
GNU Octave	Equipamiento	Software de código abierto públicamente disponible en: <a href="https://www.gnu.org/software/octave">https://www.gnu.org/software/octave</a>

Matlab	Equipamiento	Software privativo desarrollado por MathWorks para el que la UPM tiene licencia de campus.
Manual de Octave	Recursos web	<a href="https://octave.org/doc/octave-6.2.0.pdf">https://octave.org/doc/octave-6.2.0.pdf</a>
Wiki de Octave (introducción básica)	Recursos web	<a href="https://wiki.octave.org/Category:Resources">https://wiki.octave.org/Category:Resources</a>
Wiki de Octave: diferencias con Matlab	Recursos web	<a href="https://wiki.octave.org/Differences_between_Octave_and_Matlab">https://wiki.octave.org/Differences_between_Octave_and_Matlab</a>

## 8. Otra información

---

### 8.1. Otra información sobre la asignatura

#### Presencialidad

Esta asignatura se impartirá en el régimen de 100% de presencialidad, salvo orden en contra o autorización excepcional al respecto de las autoridades competentes motivadas por circunstancias excepcionales tales como pandemias, enfermedad incapacitante del profesorado o cualesquiera otras que pudieran surgir.

#### Prácticas de laboratorio

El uso de Matlab/Octave se considera una aplicación práctica de la teoría de la asignatura, que deberá llevar a cabo el alumno como parte de su trabajo de estudio personal en casa. Se propondrán al alumnado una serie de prácticas de laboratorio para autoevaluación. No obstante, se proporcionarán tutorías de laboratorio (bajo cita previa, y en unas fechas y horarios por determinar) para resolver cualquier duda que pudiera surgir.

Las fechas de las prácticas de laboratorio contenidas en el Cronograma de esta guía deben interpretarse como una estimación. Así pues, podrán sufrir cambios motivados por la disponibilidad tanto del laboratorio físico como de las horas semanales asignadas a los desdoblés de laboratorio.

La actividad de laboratorio será evaluada mediante preguntas teóricas de laboratorio incluidas tanto en el Examen Global como en el Examen Extraordinario.

## Fecha del primer examen parcial

La fecha del primer examen parcial que aparece en el Cronograma deberá entenderse como una estimación. Podrá sufrir cambios motivados tanto por la disponibilidad del horario y del aula de examen como por el ritmo de aprendizaje del alumnado.

## Fechas de examen

Para cualesquiera de las convocatorias de examen recogidas en esta asignatura, **los únicos aplazamientos de examen que aceptaremos serán los requeridos por la normativa de evaluación de la UPM**. El elevado número de alumnos (alrededor de 500) no permite hacer excepciones individuales más allá de las exigidas por la normativa académica aplicable.

## Contribución a los ODS:

La asignatura contribuye al ODS4 (subobjetivo 4.4): Aumentar considerablemente el número de jóvenes y adultos que tienen las competencias profesionales y técnicas necesarias para acceder al empleo y al emprendimiento.

## Prevalencia de la guía del Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones (59EC)

Debido a dificultades informáticas, puede haber discrepancias entre las diferentes Guías de Aprendizaje de la presente asignatura de Algebra Lineal (595000002). En caso de que apareciesen tales discrepancias, prevalecerá la versión de la Guía de Aprendizaje del Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones (59EC).